

## FÓRMULA W: UMA ALTERNATIVA PARA CALCULAR A COORDENADA Y DO VÉRTICE DA PARÁBULA

Wilton Sturm<sup>1</sup>

**Resumo.** O presente texto tem como objetivo relatar a pesquisa acerca de uma fórmula alternativa para o cálculo da coordenada y do vértice de uma função de segundo grau. Paralelamente ao tradicional cálculo  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ , investiga-se a fórmula  $Y_v = 0,5 \cdot b \cdot X_v + c$ . Por meio da revisão bibliográfica, buscou-se verificar como a fórmula tradicional de cálculo da coordenada Y do vértice das parábolas é demonstrada, contemplando estatísticas dos erros mais comuns cometidos pelos estudantes. Para testar a eficácia da fórmula alternativa foi aplicada uma atividade/teste junto a classes de estudantes de primeiros semestres de cursos da Faculdade de Tecnologia de Itu, comparando diferentes modos de se determinar o valor de  $Y_v$ . Os resultados da atividade/teste indicam que além de facilitar os cálculos, a fórmula alternativa aponta para uma diminuição do número de erros.

**Palavras-chave:** Vértice; Parábola; Função de Segundo Grau; Máximos e Mínimos

**Resumen.** **Fórmula W: una alternativa para calcular la coordinada Y del vértice de la parábola.** El texto tiene como objetivo relatar a la pesquisa sobre una fórmula alternativa para el cálculo de la coordinada Y del vértice de una función de segundo grado. Paralelamente al tradicional cálculo  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ , se investiga la fórmula  $Y_v = 0,5 \cdot b \cdot X_v + c$ . Por medio de la revisión bibliográfica, se busca averiguar como la fórmula tradicional de cálculo de la coordinada Y del vértice de las parábolas es demostrada, contemplando estadísticas de los errores más comunes cometidos por los estudiantes. Para comprobar la eficacia de la fórmula alternativa, fue aplicada una actividad/teste junto a las clases de estudiantes de los primeros semestres de los cursos de la Facultad de Tecnología de Itú, comparando diferentes maneras de determinar el valor de  $Y_v$ . Los resultados de la actividad/teste señala que además de facilitar los cálculos, la fórmula alternativa lleva para una disminución de números de errores.

**Palabras clave:** Vértice; Parábola; Función de Segundo Grado; Máximos; Mínimos.

**Abstract.** **Formula W: an alternative to calculate the Y coordinate of the parabola vertex.** The present text aims to report the research of an alternative formula for calculating the coordinate and vertex of a second degree function. In parallel with the traditional calculation  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ , investigate the formula  $Y_v = 0,5 \cdot b \cdot X_v + c$ . Through the literature review, sought to verify how the traditional formula for calculating the Y coordinate of the vertex of parabolas is demonstrated, contemplating statistics of the most common errors by students. To test the efficiency of the activity alternatively formulated for a class of students of the first semesters of courses at the Faculdade de Tecnologia de Itu, comparing different ways in value  $Y_v$ . The activity/test results indicate that in addition to facilitating the calculate, the alternative formula points to a decrease in the number of errors.

**Keywords:** Vertex; Parable; Second Degree Function; Maximums; Minimums.

<sup>1</sup> Graduação em Matemática e Mestrado em Educação Matemática pela UNICAMP. Professor de matemática do Centro Paula Souza. E-mail: wilton.sturm@fatec.sp.gov.br.

## 1 Introdução

Quando se trata de cálculos envolvendo funções de segundo grau e potenciações, uma parcela considerável de estudantes comete erros em contas relativamente simples. São notadas, em especial, confusões que acontecem em operações básicas que envolvem expoentes e números negativos. Os estudantes se apoiam no que chamam de regras, do tipo “menos com menos dá mais”, normalmente usadas sem critérios ou quando ou ainda por que usar. É neste contexto que se insere o presente artigo, que tem como objetivo apresentar uma fórmula alternativa para o cálculo da coordenada Y do vértice das parábolas, com vista a diminuir o índice de erros.

Para atingir o objetivo proposto, as técnicas utilizadas foram a pesquisa bibliográfica e uma atividade/teste aplicada junto a estudantes dos primeiros semestres de cursos da Fatec Dom Amaury Castanho, situada na cidade de Itu, estado de São Paulo. O artigo foi dividido em duas partes. A primeira discute o estado da arte do tema; ou seja, a caracterização e a fórmula tradicional de cálculo da coordenada Y do vértice das funções quadráticas, contemplando erros comuns cometidos pelos estudantes. A segunda parte apresenta a fórmula alternativa de cálculo e resultados que indicam a diminuição do índice de erros de cálculo por parte dos estudantes.

## 2 O vértice da função de segundo grau

Quando se representa o gráfico de uma função de segundo grau (considerando aqui o Domínio como sendo o Conjunto dos Números Reais), um ponto importante é aquele chamado Vértice, que se relaciona com um eixo de simetria vertical e com o Máximo ou o Mínimo da parábola. Em qualquer livro texto de matemática, quando se trata do vértice de uma parábola, as fórmulas apresentadas são  $X_v = -\frac{b}{2.a}$  e  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ .

Nestes cálculos, o estudante pode cometer o erro relacionado com o mal uso do sinal de menos no cálculo do  $X_v$ . O sinal de menos pode ser um vilão também para se obter o  $Y_v$ , já que aparece na frente do delta. A obtenção do  $Y_v$  também oferece outras “armadilhas”, como no momento do cálculo do próprio delta: conforme os valores de a, b e c na função, uma parcela de estudantes faz confusão na multiplicação “ $-4.a.c$ ”, especialmente quando a ou c é negativo. Ou então se confundem no momento de elevar um possível valor negativo de b ao quadrado.

Uma possibilidade interessante para o cálculo de  $Y_v$  é, ao invés de usar a fórmula  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ , simplesmente colocar o valor de  $X_v$  na função. Se o valor de x utilizado é coordenada do

vértice, o correspondente Y também será. Neste caso, é preciso considerar que a fórmula é recursiva, já que existe a necessidade de que o valor de Xv seja previamente conhecido. A colocação do valor de Xv na função pode ser vantajosa especialmente se o valor for um número inteiro. Em geral, esta ideia leva a contas mais simples e menos sujeita a erros. Mesmo assim, algum coeficiente negativo (especialmente o coeficiente “a”) pode levar a algum erro.

Um exemplo bastante comum pode ser ilustrado com a função

$$(1) \quad Y = -x^2 + 6x + 5$$

A coordenada x de seu vértice é 3. Ao substituir o número 3 na função tem-se:

$$Y = -3^2 + 6 \cdot 3 + 5$$

$$Y = -9 + 18 + 5 = 14$$

No entanto, muitos estudantes erram na potenciação, fazendo:

$$Y = +9 + 18 + 5 = 32$$

Em geral, os livros textos de matemática apresentam as fórmulas  $Xv = -\frac{b}{2.a}$  e  $Yv = -\frac{\Delta}{4.a}$ , como pode ser percebido em Silva e Abrão (2008), Silva e Machado (2010) e em Iezzi e Murakami (2013). Entre os que apresentam demonstrações, são mostradas substituições algébricas de  $-\frac{b}{2.a}$  em  $Y = ax^2 + bx + c$ , como é o caso de Piovesana (2009), que toma a média das raízes para calcular Xv e, a seguir, usa algebricamente a substituição de  $-\frac{b}{2.a}$  na função e conclui que  $Yv = -\frac{\Delta}{4.a}$ . Basicamente o mesmo processo é feito por Giovanni (1992) e Fugita (2009).

Os autores mencionados não ilustram a possibilidade de colocar o número obtido como Xv na função. Essa interessante opção de apresentar e explorar o método de colocar o valor numérico da coordenada X na função é feito por Murolo e Bonetto (2012), que mostra um exemplo de função quadrática com a Receita para a venda de sapatos (R) relacionada com a quantidade comercializada dos calçados (q) e escreve que qv (que faz o papel do Xv) é a média aritmética das raízes e então substitui o valor obtido na função R. Somente após outro exemplo na mesma linha, as fórmulas tradicionais são citadas.

## 2.1 Erros comuns em Potenciações

Entre os erros mais comuns em cálculos envolvendo funções de segundo grau existe o caso da potenciação, ou seja, no momento de se elevar ao quadrado. Um exemplo ocorre quando o estudante multiplica por 2 ao invés de elevar ao quadrado:  $3^2 = 6$ . Com igual ou maior frequência ocorrem problemas envolvendo sinais:  $-5^2 = 25$ .

Uma pesquisa realizada com estudantes do Ensino Fundamental II, cujo objetivo era avaliar erros em operações com potenciação, mostrou que a questão  $-2^4$  foi uma das que apresentou o maior índice de erros: 77% (RODRIGUES; VITELLI; VOGADO, 2013, p. 5). Os autores destacaram, mais especificamente, o cálculo **incorrecto**  $-2^4 = 2.2.2.2 = 16$  e comentaram que, neste caso, o estudante demonstrou conhecer o conceito de potência, mas que, ao não incluir o sinal negativo no resultado, enquadrou-se na categoria “erros relacionados à técnica da regra de sinais” (RODRIGUES; VITELLI; VOGADO, 2013, p. 7). Vale destacar que esse tipo de erro é justificado incorretamente por estudantes com a frase “todo número ao quadrado ou qualquer expoente par dá positivo”.

De acordo com Paías (2009), outra pesquisa, desta feita envolvendo estudantes da 8<sup>a</sup> série e do 1º ano do Ensino Médio, na resolução da conta  $-6^2$ , cerca de 57% dos estudantes da 8<sup>a</sup> série e 63% daqueles do 1º ano do Ensino Médio responderam **36** (pp. 126–127). A autora destaca que “grande parte dos alunos, não tem o domínio da concepção sobre a operação potenciação; decorrendo disso, muitos a entendem como multiplicação” (PAIAS, 2009, p. 201). Não é incomum, portanto, que tais erros se repitam no momento de aplicação de fórmulas das coordenadas do vértice.

### 3 Uma fórmula alternativa

O ponto de partida é a hipótese de que a fórmula  $0,5 \cdot b \cdot X_v + c$  equivale ao valor de  $Y_v$ , e se constitui em uma alternativa válida para o cálculo da coordenada  $Y$  do vértice da parábola. A opção de usar o número 0,5 supõe uma possível facilidade no uso da calculadora, muito embora seja perfeitamente correto escrever  $\frac{b \cdot X_v}{2} + c$ . A primeira etapa é substituir numa função geral ( $Y = ax^2 + bx + c$ ) o valor  $X_v = -\frac{b}{2a}$ , o que resulta em:

$$Y = a \cdot \left( \frac{b^2}{4a^2} \right) + b \left( -\frac{b}{2a} \right) + c$$

$$\text{Assim, } Y = \left( \frac{b^2}{4a} \right) - \left( \frac{b^2}{2a} \right) + c$$

$$\text{E daí, } Y = -\frac{b^2}{4a} + c$$

A partir deste ponto é possível tomar dois caminhos. Um deles permite chegar à fórmula mais conhecida e relatada nos livros textos, multiplicando o numerador e o denominador do último termo por  $4.a$ , cujo resultado fica  $Y = -\frac{b^2}{4a} + \frac{4a.c}{4.a}$ . Portanto,  $Y = \frac{(-b^2 + 4.a.c)}{4.a}$ , o que

equivale a  $Y = \frac{-(b^2 - 4.a.c)}{4.a}$ , e daí é obtida a fórmula  $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ . O outro caminho é, partindo também de  $Y = -\frac{b^2}{4.a} + c$ , desmembrar o termo  $-\frac{b^2}{4.a}$  e obter a multiplicação  $\frac{b}{2} \cdot (-\frac{b}{2.a})$ . Como entre parênteses tem-se o valor de  $X_v$ , pode-se deduzir que  $-\frac{b^2}{4.a} = \frac{b}{2} \cdot (X_v)$ . Considerando o acréscimo do valor de  $c$ , obtém-se  $Y_v = \frac{b}{2} \cdot (X_v) + c$  ou  $Y_v = 0,5.b.X_v + c$ .

Anteriormente foi citado o número de erros envolvendo a potenciação. Com a Fórmula alternativa, doravante chamada Fórmula W, esse tipo de erro praticamente desaparece, tendo em vista que ela não é quadrática. Além de não apresentar termo elevado ao quadrado, também não tem sinal negativo. Partindo da ilustração anterior, que considerou a função (1)  $y = -x^2 + 6x + 5$  e a coordenada  $x$  de seu vértice igual a 3, se for usado a fórmula W, tem-se  $Y_v = 0,5 \cdot 6 \cdot 3 + 5 = 9 + 5 = 14$ . Ou seja, os equívocos citados tendem a diminuir<sup>2</sup>.

### 3.1 Metodologia

Com o intuito de comprovar a tese, a Fórmula W foi aplicada junto a turmas de Primeiro Semestre de cursos superiores da Fatec Dom Amaury Castanho, situada na cidade de Itu, estado de São Paulo, por meio de uma atividade/teste que contou com a participação de dois grupos de estudantes. O primeiro, denominado grupo 1, composto por estudantes do Curso Superior de Tecnologia em Mecatrônica Industrial, que não tinham visto o conceito de vértice da função de segundo grau no Curso. O segundo, denominado grupo 2, formado por estudantes do Curso Superior de Tecnólogo em Gestão da Tecnologia de Informação e do Curso Superior de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas, que tinham visto o conceito de vértice da função de segundo grau no Curso a partir da disciplina Matemática Discreta de uma a duas aulas antes da aplicação da atividade/teste.

Na atividade/teste, os estudantes deveriam calcular as coordenadas do vértice de diversas funções, do tipo  $Y = ax^2 + bx + c$ , que foram separadas em 3 listas, equivalentes em termos de dificuldades, cada uma com 4 funções, e elaboradas de modo a apresentarem uma gama variada de sinais de  $a$ ,  $b$  e  $c$  (Anexo I). Em todas as funções, o  $X_v$  deveria ser obtido mediante a fórmula  $X_v = -\frac{b}{2.a}$ . Já em relação à obtenção de  $Y_v$ , na lista 1 o cálculo deveria ser feito utilizando a Fórmula tradicional ( $Y_v = -\frac{\Delta}{4.a}$ ); na lista 2, o valor de  $X_v$  deveria ser substituído na função; e na lista 3, os estudantes deveriam usar a Fórmula W ( $Y_v = 0,5 \cdot b \cdot X_v$ ).

<sup>2</sup> Com a ressalva de que o procedimento é recursivo, pois depende de cálculo prévio do  $X_v$ .

+ c). Como nem todos os estudantes tiveram contato recente com função de segundo grau, juntamente com a apresentação da atividade/teste que seria realizada, foram feitas recomendações, seguidas de alguns exemplos (Anexo II)<sup>3</sup>.

### **3.2 Resultados alcançados**

Os resultados foram analisados com 2 focos. No primeiro foram considerados e apresentados, de modo simples e direto, tão somente o número de acertos e erros de Yv. No segundo, foi analisado de modo mais detalhado, a relação de acertos e erros de Yv com acertos e erros de Xv, levando-se em conta que, das 3 maneiras para se obter Yv, duas delas são recursivas, o que poderia sugerir uma influência do acerto de XV na obtenção correta de Yv. A experimentação indicou que o índice de erros com a fórmula W foi muito menor.

#### **3.2.1 Número de acertos e erros de Yv**

No grupo 1, 32 estudantes participaram da atividade/teste. Três deles não responderam todas as listas, o que gerou números ligeiramente diferentes, quando comparados os totais respondidos por listas, daí a inclusão de uma linha indicando a porcentagem de erros no Quadro 1. Em relação à lista 1, os 32 estudantes responderam, mas três deles não calcularam o XV, de tal sorte que foram considerados/contabilizados dentro dos 81 acertos e dos 47 erros no valor de Yv, como ilustram os dados da Quadro 1. Na correção das atividades, dois casos do tipo  $Yv = \frac{0}{4.(-3)}$  foram considerados corretos, enquanto dois casos do tipo  $\frac{0}{6}$  foram considerados incorretos. Na lista 2, 30 estudantes responderam e foram computados 70 acertos e 50 erros. Na lista 3, 29 estudantes responderam e foram computados 95 acertos e 21 erros. No grupo 1, portanto, o número de acertos de XV na lista 3 foi maior que nas demais listas.

**Quadro 1 – Número de acertos e de erros no cálculo Yv grupo 1, grupo 2 e total**

	GRUPO 1			GRUPO 2			TOTAL		
	LISTA 1	LISTA 2	LISTA 3	LISTA 1	LISTA 2	LISTA 3	LISTA 1	LISTA 2	LISTA 3
NÚMERO DE ACERTOS (A)	81	70	95	101	84	125	182	154	220
NÚMERO DE ERROS (B)	47	50	21	75	84	51	122	134	72
TOTAL (C)	128	120	116	176	168	176	304	288	292
A/C (%)	63,28	58,33	81,90	57,39	50,00	71,02	59,87	53,47	75,34

Fonte: Elaboração própria (2022).

No grupo 2, 51 estudantes participaram da atividade/teste. Apenas na lista 1 houve um caso de estudante que não respondeu. Alguns estudantes tiveram seus resultados descartados, a

<sup>3</sup> Cabe destacar que no grupo 1, alguns estudantes manifestaram verbalmente, e de modo espontâneo, uma preferência pela Fórmula Tradicional, por terem visto a mesma no Ensino Médio.

maioria por ter deixado em branco e outros por terem feito cálculos que não foram pedidos. A lista 1 foi trabalhada por 50 estudantes, sendo que dois não calcularam o Xv, cujos resultados de Yv estão dentro dos 101 acertos e dos 75 erros no valor de Yv, como mostram os dados do Quadro 1. Um estudante calculou apenas o Xv e outros 5 tiveram seus resultados descartados. Na lista 2, dos 51 estudantes, 9 tiveram seus resultados descartados. Dentre os considerados, houve um empate: 84 acertos e 84 erros. Na lista 3, sete estudantes tiveram os resultados descartados e o placar foi 125 acertos e 51 erros. Cabe destacar que neste grupo o número de acertos na lista 3, que usa a Fórmula W, também foi maior tanto entre os estudantes que haviam visto o conceito de vértice, quanto entre aqueles que não haviam visto.

### **3.2.2 Relação de acertos e erros de Yv com acertos e erros de Xv**

Como pode ser visto no Quadro 2, entre os estudantes que acertam tanto o valor de Xv quanto o de Yv, os números referentes às listas 1 e 2 estão próximos tanto no grupo 1 quanto no grupo 2, enquanto na lista 3 este número é maior; um indício de que a Fórmula W é mais eficaz. Esta eficácia se revela também quando se comparam aqueles que apesar de acertarem Xv erram o valor de Yv: enquanto nas listas 1 e 2 os números estão próximos, na lista 3 os erros de Yv caem para menos da metade. Em outras palavras, dentre aqueles que acertaram Xv, o índice de acertos de Yv foi maior quando usada a Fórmula W.

Quadro 2 – Resultados da atividade/teste grupo 1, grupo 2 e total

<b>Xv</b>	<b>Yv</b>	<b>GRUPO 1</b>			<b>GRUPO 2</b>			<b>TOTAL</b>		
		<b>LISTA 1</b>	<b>LISTA 2</b>	<b>LISTA 3</b>	<b>LISTA 1</b>	<b>LISTA 2</b>	<b>LISTA 3</b>	<b>LISTA 1</b>	<b>LISTA 2</b>	<b>LISTA 3</b>
Certo	Certo	66	68	95	87	83	124	153	151	219
Certo	Errado	35	34	10	41	49	20	76	83	30
Errado	Certo	9	2	0	10	1	1	19	3	1
Errado	Errado	6	16	11	30	35	31	36	51	42

Neste quadro não foram contabilizados os estudantes do grupo 1 que não calcularam o Xv e os estudantes do grupo 2 que foram descartados. Fonte: Elaboração própria (2022).

Por ter um procedimento não recursivo, dentre aqueles que erraram Xv, o esperado era que a lista 1 apresentasse um número superior de acertos da coordenada Y, o que de fato aconteceu, conforme pode ser visto no Quadro 2. Como era de se imaginar, o estudante que erra Xv mas que acerta Yv é praticamente nulo nas listas 2 e 3 (dois estudantes no grupo 1 e dois no grupo 2), pois o cálculo Yv dependeu do correto valor de Xv. Como ilustram os dados do Quadro 2, na lista 1 esse número não é desprezível (nove e dez estudantes nos grupos 1 e 2, respectivamente). No entanto, o número de estudantes que erraram ambas as coordenadas são muito próximo nas 3 listas, o que não aponta para a possível vantagem da conta  $\frac{\Delta}{4.a}$ .

#### 4 Considerações finais

Este texto teve como objetivo apresentar uma fórmula alternativa para o cálculo da coordenada Y do vértice das parábolas, entendida como eficaz na redução do índice de erros dos estudantes para este tipo de cálculo. A revisão bibliográfica demonstrou que os erros mais comuns dos estudantes em cálculos com funções de segundo grau envolvem potenciação, inclusive relacionados ao mal uso da regra de sinais.

Após apresentar uma fórmula alternativa para o cálculo com funções do segundo grau, foram apresentados os resultados de uma atividade/teste aplicada junto a estudantes de cursos da Fatec Dom Amaury Castanho, acerca de diferentes modos de se determinar o valor da coordenada Y do vértice da função do segundo grau. A conclusão foi que seria perfeitamente possível ter uma indicação da eficácia da fórmula alternativa, já que o número de acertos no cálculo das coordenadas do vértice foi maior quando ela foi utilizada. A vantagem da fórmula alternativa em relação às demais maneiras de se obter  $Y_v$  reside no fato de que ela não possui termo elevado ao quadrado, tampouco sinal de menos. É importante pontuar, no entanto, que a Fórmula W não é imune a falhas. Caso o valor de b e de  $X_v$  sejam negativos, por exemplo, é de se esperar que a chance de algum equívoco aumente.

Na aplicação da atividade/teste não foi exigido dos estudantes que se identificassem. Em razão disso não foi possível correlacionar se o aluno que acerta  $X_v$  e erra  $Y_v$  na lista 1 (onde foi usada  $Y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ ), acerta mais vezes o  $Y_v$  na lista 3 (onde foi usada  $Y_v = 0,5 \cdot b \cdot X_v + c$ ). Também não foi possível identificar os estudantes que erraram  $X_v$  e, consequentemente,  $Y_v$  na lista 3 e verificar seus índices de acertos de  $Y_v$  na lista 1. Estas investigações podem indicar o quanto o uso da fórmula W é mais ou menos eficaz para o estudante que acerta  $X_v$  e como o mesmo se sairá usando diferentes fórmulas para determinar  $Y_v$ , questões propícias para um aprofundamento da pesquisa.

#### Referências

FUGITA, Felipe et al. **Matemática – Volume 1** (coleção Ser Protagonista). São Paulo: Edições SM, 2009.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática 1**. São Paulo: FTD, 1992.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções 9 ed. São Paulo: Atual, 2013.

MUROLO, Afrânio Carlos; BONETTO, Giácomo. **Matemática aplicada á administração, economia e contabilidade** 2 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

PAIAS, Ana Maria. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos Ensinos Fundamental e Médio.** Disponível em [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/2010/Matematica/dinsertacao\\_ana\\_maria\\_paias.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/dinsertacao_ana_maria_paias.pdf). Acesso em: 24 mar. 2022.

PIOVESANA, Celso Ilídio et Al. **Matemática Básica.** Itatiba: Berto Editora, 2009.

RODRIGUES, Gabriela Coelho; VITELLI, Isis Caldeira; VOGADO, Gilberto Emanoel Reis. **Análise de erros em questões de potenciação.** Disponível em [http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/140\\_103\\_ID.pdf](http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/140_103_ID.pdf). Acesso em: 01 maio 2022.

SILVA, Fernando César Marra e; ABRÃO, Mariângela. **Matemática Básica para decisões administrativas**, 2 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

SILVA, Luiza Maria Oliveira da; MACHADO, Maria Augusta Soares. **Matemática aplicada à administração, economia e contabilidade: funções de uma e mais varáveis.** São Paulo: Cengage Learning, 2010.

## ANEXO I

### ATIVIDADE/TESTE APlicada

**Lista 1 - Calcule Xv fazendo  $Xv = \frac{-b}{2.a}$  e Yv fazendo  $Yv = \frac{-\Delta}{4.a}$  (Lembre-se que  $\Delta = b^2 - 4.a.c$ ).**

- a)  $y = -x^2 + 12x + 2$
- b)  $y = x^2 + 20x - 1$
- c)  $y = x^2 - 6x + 13$
- d)  $y = -3x^2 - 6x - 3$

**Lista 2 - Calcule Xv fazendo  $Xv = \frac{-b}{2.a}$  e Yv substituindo o valor obtido de Xv na função.**

- a)  $y = -x^2 + 14x + 4$
- b)  $y = x^2 + 8x - 1$
- c)  $y = x^2 - 4x + 11$
- d)  $y = -2x^2 - 4x - 2$

**Lista 3 - Calcule Xv fazendo  $Xv = \frac{-b}{2.a}$  e calcule Yv fazendo  $Yv = 0,5 . b . Xv + c$**

- a)  $y = -x^2 + 16x + 3$
- b)  $y = x^2 + 10x - 1$
- c)  $y = x^2 - 8x + 18$
- d)  $y = -4x^2 - 8x - 4$

---

**ANEXO II**  
**RECOMENDAÇÕES/EXEMPLOS**

Caro estudante, obrigado pela participação nesta atividade/teste. Quando se trabalha com a parábola, em uma função de segundo grau, é comum a preocupação em se obter as coordenadas de um ponto chamado vértice. Um passo importante é determinar os valores de a, b e c, lembrando que as funções são do tipo  $Y = ax^2 + bx + c$ . Por exemplo, na função  $Y = -x^2 + 22x + 5$ , tem-se  $a = -1$ ;  $b = 22$ ;  $c = 5$ . E na função  $y = 4x^2 - 6x - 9$ , tem-se  $a = 4$ ;  $b = -6$ ;  $c = -9$ . O teu trabalho será calcular as coordenadas seguindo as sugestões contidas em cada folha. O cálculo da coordenada X será sempre igual. O uso da calculadora é sugerido! Nota-se que tem a fórmula  $Xv = \frac{-b}{2.a}$ , o que resultaria, no caso dos exemplos descritos anteriormente, em:

I)      função  $Y = -x^2 + 22x + 5$        $Xv = \frac{-22}{2.(-1)}$ , ou seja,  $Xv = 11$

II)      função  $y = 4x^2 - 6x - 9$        $Xv = \frac{-( -6)}{2.4}$ , ou seja     $Xv = \frac{6}{8}$  ou  $0,75$

Em cada lista, o cálculo da coordenada Y será diferente! Na lista 1, pede-se o uso da fórmula

$$Yv = \frac{-\Delta}{4.a} \quad (\text{sendo } \Delta = b^2 - 4.a.c)$$

Veja como ficaria no caso dos exemplos:

I)      função  $Y = -x^2 + 22x + 5$

$$\Delta = 22^2 - 4.(-1).5 = 504 \text{ e daí: } Yv = \frac{-504}{4.(-1)} = 126$$

II)      função  $y = 4x^2 - 6x - 9$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.4.(-9) = 180 \text{ e daí: } Yv = \frac{-180}{4.4} = -11,25$$

Já na lista 2, Yv é obtido quando XV é substituído na função. Veja os exemplos:

I)      função  $Y = -x^2 + 22x + 5$

$$\text{Com } Xv = 11 \text{ tem-se } Y = -11^2 + 22.11 + 5 = 126$$

II)      função  $Y = 4x^2 - 6x - 9$

$$\text{Com } Xv = 0,75 \text{ tem-se } Y = 4.0,75^2 - 6.0,75 - 9 = -11,25$$

E na lista 3, deve se usar a fórmula  $Yv = 0,5. b . Xv + c$ . Veja os exemplos:

I)      função  $Y = -x^2 + 22x + 5$

$$\text{Com } Xv = 11 \text{ tem-se } Y = 0,5.22.11 + 5 = 126$$

II)      função  $Y = 4x^2 - 6x - 9$

$$\text{Com } Xv = 0,75 \text{ tem-se } Y = 0,5.(-6).0,75 - 9 = -11,25$$